
Chapter 20

Bondoptions, Swaptions & Caps/Floors

Inhaltsübersicht

- Grundlagen der Bewertung
- Bondoptions
- Caps/Floors/Collars
- Swaptions
- Convexity Adjustment
- Libor-in-Arrear Swaps

Besonderheiten von Zinsderivaten

Bei Zinsderivaten hängt eine Auszahlung von Zinsen als Underlying ab. Zinsen stellen ein komplexeres Underlying als Aktien oder Währungen dar:

- komplexeres Verhalten als Aktien- oder FX-Kurse
- unterschiedliche Volatilitäten über die Zinskurve
- zur Bewertung vieler Produkte wird ein Modell benötigt, das die gesamte Zinskurve wiedergibt
- in Modellen werden Zinskurven ebenso zum Diskontieren, wie zur Definition der Auszahlung des Derivats benötigt

Allgemeines Black 76 - Modell

$$E(V_T)N(d_1) - XN(d_2)$$

Erwartete Auszahlung
eines European-Style Call
mit:

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{E(V_T)}{X}\right] + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left[\frac{E(V_T)}{X}\right] - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

T:	Laufzeit der Option
F:	Forward Preis von V
F_0 :	Forward Preis zum Zeitpunkt t
X:	Strike price der Option
$P(t, T)$:	Preis eines zero-bonds in t der in T 1\$ auszahlt
V_T :	Wert von V in T
σ :	Volatilität von F

Annahmen von Black 76

V_T ist lognormalverteilt mit Standardabweichung

$$\ln V_T = \sigma \sqrt{T}$$

Auszahlung der Option: $\max(V_T - X, 0)$

Erwartungswert von V_T ist F_0

Black 76

Wert der Option ist diskontierte erwartete Auszahlung

$$c = P(0, T)[F_0 N(d_1) - X N(d_2)]$$

$$p = P(0, T)[X N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{F_0}{X}\right] + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left[\frac{F_0}{X}\right] - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

Grenzen des Black 76-Modells

Black76 ist angemessen für die Annahme konstanter oder deterministischer Zinsen.

=> Risikoneutralität: $E(V_T) = F_0$

Bei stochastischer Zinsentwicklung beinhaltet Black76 zwei Näherungen:

- bei Risikoneutralität gilt $E(V_T) = \text{Futures Price von } V_T$; bei stochastischem Verhalten der Zinsen entsprechen Futures und Forward-Preis sich nicht
- Das stochastische Verhalten der Zinsen wird beim Diskontieren nicht berücksichtigt

Die beiden Effekte heben sich jedoch gegenseitig auf. (laut Hull)

Bond Options

Bond Options sind Optionen auf Kauf oder Verkauf eines bestimmten Bond.

Sie bestehen als explizite OTC- und integrierte (embedded) Bond Options. Da dieses Recht einen Preis hat, verändern sie die Rendite des Bonds.

- callable bond: Emittent kann Bond zu einem bestimmten Preis in der Zukunft zurückkaufen
- puttable bond: Käufer hat das Recht den Bond zu einem Preisabschlag vorzeitig zurückzugeben

Beispiele integrierter Bond Options

Callable:

- vorzeitige Kündigung Spareinlage bis 1.500€
- Auslösung von Bundeswertpapieren
- Sondertilgungsrechte bei Hypotheken (=> MBS)
- Widerrufsrechte (Haustürgeschäfte,...)

Puttable:

- Kreditzusagen mit Zinssatzverpflichtung

Problem der Bewertung verstärkt, da häufig über Rechtsnatur American Style gegeben ist

Bewertungsansatz Bondoptions

Die meisten OTC-Bond Optionen sind europäisch.

Annahme: Der Bondpreis zum Zeitpunkt des Verfalls der Option ist lognormalverteilt.

F_0 ist der Forward Bondpreis als Zahlungsstrom nach Fälligkeit der Option. Alle Preise sind Cash (d.h. X als quoted + accrued interest).

$$F_0 = \frac{B_0 - I}{P(0, T)}$$

B_0 : Bondpreis im Zeitpunkt 0
 I : PV der Coupons, die während der

Lfz. der Option gezahlt werden

$P(0, T)$: Diskontfaktor zur Optionsfälligkeit

Beispiel Bondoption

Wir nehmen einen 10m Call auf einem Bond mit der Restlaufzeit von 9,75 Jahren und dem Nominalwert von \$1.000. Der aktuelle Bondpreis (dirty) beträgt \$960, der Strikepreis ist \$1.000, der 10m Zins (risk free) liegt bei 10% pa.. Der Bond zahlt einen halbjährigen Coupon von 10% und die Couponzahlungen von \$50 werden in 3 und 9 Monaten erwartet. Der 3m Zins beträgt 9% und der für 9m 9,5% pa..

Darüber hinaus sei gegeben:

$P(0,T):$ 0,9200

$\sigma:$ 0,09

$T:$ 0,8333

Yield Volatilities

In Black 76 werden „forward price volatilities“ genutzt, am Markt werden jedoch i.d.R. „forward yield volatilities“ angegeben.

Die „forward price volatility“ σ , kann approximativ über folgende Formel geschätzt werden.

$$\sigma = Dy_0\sigma_y$$

D : modified Duration
 y_0 : forward yield
 σ_y : forward yield vola

Aufgrund der bekannten Beziehung
der modified duration $\frac{\Delta B}{B} \approx -Dy \frac{\Delta y}{y}$

Formen von Zinsbegrenzungsoptionen

- Zinsobergrenzen – Caps
- Zinsuntergrenzen – Floors
- Zinsbänder - Collars

Funktionsweise von Caps

Ein Cap ist eine vertragliche Vereinbarung über eine feste Zinsobergrenze (Strike). Der Käufer des Caps erwirbt das Recht, bei Anstieg eines variablen Referenzzinssatzes (meist 3-month Libor oder Euribor) über den Strike, dem Verkäufer einen festen Zinssatz (Strike) zu bezahlen und erhält dafür den Referenz-zinssatz jeweils bezogen auf einen festgelegten Nominalbetrag.

Die Feststellung der Zinsdifferenz findet zu Beginn der jeweiligen Fixingperiode statt, die Auszahlung am Ende der Periode. Caps werden normalerweise nicht unmittelbar mit dem Fixing zu Laufzeitbeginn effektiv.

Caps als Portfolio aus Zinsoptionen

Wir haben einen Cap als Call auf einen Festzins mit der Laufzeit T , ein Principal L und eine Cap Strike Rate R_X .

Wir nehmen an, daß in den Perioden t_1, t_2, \dots, t_n ein Zins R_K festgestellt wird, der in t_2, t_3, \dots, t_{k+1} zu einer Auszahlung führt.

Auszahlung eines Caplets:

$$L\delta_k \max(R_K - R_X, 0)$$

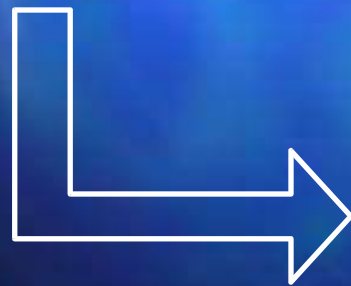
$$\text{mit } \delta_k = t_{k+1} - t_k$$

Caplet als Put auf einen Zerobond

Ein Zinscap kann auch als Portfolio von Putoptionen auf Zero-Coupon-Bonds charakterisiert werden, die am Tag der Berechnung einen Payoff generieren.

Wert der Auszahlung am Tag t_k :

$$\frac{L\delta_k}{1 + R_k\delta_k} \max(R_K - R_X, 0)$$



$$\max \left[L - \frac{L(1 + R_X\delta_k)}{1 + R_k\delta_k} \right]$$

Strike Price L

Wert eines Zerobonds zu t_k mit Auszahlung

$$L(1 + R_X\delta_k)$$

Funktionsweise von Floors

Analog zu Cap:

Ein Floor ist eine vertragliche Vereinbarung über eine feste Zinsuntergrenze (Strike). Der Käufer des Floors erwirbt das Recht, bei Absinken eines variablen Referenzzinssatzes unter den Strike, vom Verkäufer einen festen Zinssatz (Strike) zu empfangen und dafür den Referenzzinssatz jeweils bezogen auf einen festgelegten Nominalbetrag zu zahlen.

In der Praxis bekommt der Floorkäufer die Zinsdifferenz bezogen auf den Nominalbetrag zum jeweiligen Fixing des variablen Referenzzinses ausbezahlt. Ein Floor besteht aus Floorlets analog der Anzahl der Fixings.

Auszahlung eines Floorlets

Floors beinhalten also einen Zahlungsstrom, wenn der Zins unter einen gewissen Referenzzinssatz fällt.

$$L\delta_k \max(R_X - R_K, 0)$$

Analog zu Caps können Floors derart als Portfolio von Puts auf einen Festzins gesehen werden oder als Portfolio von Calls auf Zero-Bonds.

Funktionsweise eines Collars

Ein Collar dient der Absicherung eines bestimmten Zinsbands. Er ist die Kombination eines Long Cap und eines Short Floor.

Durch entsprechende Kombination kann ein Zero-Cost-Collar gestaltet werden, bei dem die Kosten der Cap-Prämie durch den Ertrag aus der Floor-Prämie ausgeglichen werden.

Die Zinsbegrenzung wird so kostenfrei unter Inkaufnahme einer Mindestzinsbelastung.

Bei gleichem Strike R_x gilt Put-Call-Parität:

$$\text{Cap} = \text{Floor} + \text{Swap}$$

$$\Rightarrow \text{Swap} = +\text{Cap} - \text{Floor}$$

Grundlagen der Bewertung von Caps

Ein Cap entspricht einem Portfolio von Zinsoptionen. Jeder Zeitraum zwischen zwei Fixings ist als eigene Option (Caplet) mit Black 76 zu bewerten.

Die Summe der Caplets ergibt den Preis des Caps.

Ein Hauptproblem der Bewertung besteht in der Bestimmung der Volatilitäten.

Zwei Möglichkeiten:

- d) Eigene Volatilität für jedes Caplet (spot volatilities)
- e) Einheitliche Volatilität entsprechend der Gesamtlaufzeit des Caps (flat volatilities)

Bewertung von Caps und Floors

Ein Caplet mit dem Zinssatz, der im Zeitpunkt t_n gefixed wurde, generiert eine Auszahlung im Zeitpunkt t_{k+1} .

$$L\delta_k \max(R_K - R_X, 0)$$

R_K und R_X : ausgedrückt mit der richtigen Verzinsungshäufigkeit (compounding frequency)

Black 76 – Annahmen:

R_K : lognormalverteilt mit der Volatilität σ_k

F_K : forward price für den Zeitraum t_k bis t_{k+1}

Bewertung von Caps und Floors

Ein Caplet hat entsprechend den Present Value:

$$L\delta_k P(0, t_{k+1}) [F_K N(d_1) - R_X N(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_K}{R_X}\right) + \sigma_k^2 \frac{t_k}{2}}{\sigma_k \sqrt{t_k}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_K}{R_X}\right) - \sigma_k^2 \frac{t_k}{2}}{\sigma_k \sqrt{t_k}} = d_1 - \sigma_k \sqrt{t_k}$$

Beispiel zur Bewertung eines Cap

Wir nehmen einen Cap der einen \$10.000 Kredit bei 8% pa. (1/4 jährliche Verzinsung) für 3 Monate in einem Jahr absichert. Wir nehmen an, daß der Forward für 3m in einem Jahr bei 7% liegt. Zur Zeit liegt der Zins für 15m bei 6,5% pa.. Die Volatilität des 3m Forwards beträgt 20%.

$$F_k = 0,07; L = 10.000; R_X = 0,08;$$

$$\delta_k = 0,25; P(0, t_{k+1}) = e^{-0,065 \cdot 1,25} = 0,9220;$$

$$\sigma_k = 0,20; t_k = 1,0$$

Rechtfertigung für Black 76

1. In einer Forward risikoneutralen Welt im Hinblick auf einen Zero-Bond mit Endfälligkeit t_{k+1} kann das stochastische Verhalten der Zinssätze vernachlässigt werden und es gilt:
2. Der Present Value eines Wertpapiers ist sein Erwartungswert in t_{k+1} multipliziert mit dem heutigen Preis eines 1\$ Zero-Bonds mit Endfälligkeit t_{k+1}
3. Der Erwartungswert eines Zinssatzes für den Zeitraum t_k bis t_{k+1} entspricht dem Forward Zinssatz

$$L\delta_k P(0, t_{k+1}) [E_{k+1}(R_k) N(d_1) - R_k N(d_2)]$$

$$\text{und } E_{k+1}(R_k) = F_k$$

Grenzen der Anwendung von Black 76

- Keine konstante Volatilität von Underlying und Zinsen
- Volatilität des Bondpreises unterliegt dem Pull-to-Par aufgrund des sicheren Rückzahlungskurses (zunächst steigende, dann sinkende Vola gegen Fälligkeit)
- Durch die Rückzahlung zu Par ist kein wirklich stochastischer Prozess für die Bondpreise gegeben (negative Renditen sind unrealistisch)
- Bondpreis hängt nicht von einer sondern so vielen Zinssätzen wie Cash Flows ab
- Insbesondere viele embedded Bondoptions sind American-Style

Grundlagen von Swaptions

Die Swaption ist ein Optionsrecht. Dabei hat man bei einer Payer-Swaption das Recht zum Verfall der Swaption (europäisch) in einen Payer-Swap einzutreten und vice-versa bei einer Receiver-Swaption.

Für dieses Recht hat der Käufer bei Abschluß der Swaption einen Optionspreis an den Verkäufer zu zahlen.

Formen von Swaptions

	Receiver Swaption	Payer Swaption
Käufer	erhält fest zahlt variabel	zahlt fest erhält variabel
Verkäufer	zahlt fest erhält variabel	erhält fest zahlt variabel

Swaption vs. Forward Swap

Swaption:

- upfront payment
- Recht in einen Swap einzutreten

Forward Swap:

- no upfront payment
- Verpflichtung in einen Swap einzutreten

Vorteile der Swaption:

- Möglichkeit von günstigen Zinsentwicklungen zu profitieren
- Schutz gegen ungünstige Zinsbewegungen

Bewertung europäischer Swaptions

Die Swaption beinhaltet das Recht einen Zins R_x zu zahlen und Libor zu erhalten. Die Option hat die Laufzeit von n Jahren und beginnt in T Jahren.

Wir nehmen an, daß die Swaprate für einen n -Jahre Swap mit der gleichen Laufzeit der Swaption R ist. Die Swaprate ist lognormalverteilt.

Beim Vergleich der CF eines Swaps, bei dem fix R gezahlt wird mit den CF eines Swaps dessen fixer Zinssatz R_x ist, wird offensichtlich, daß der Wert der Swaption in einer Serie von Zahlungen besteht.

Bewertung europäischer Swaptions

$$\frac{L}{m} \max(R - R_x, 0)$$

Ein Cashflow einer Payerswaption

L: Nominalbetrag
m: Fixings, d.h. CF pro Jahr
 R_x : fixe Zahlung der Swaption
R: fixe Zahlung eines Swaps

Jeder CF ist eine Auszahlung eines Calls auf R mit dem Strikepreis R_x .

Bewertung europäischer Swaptions

Der Wert eines Cash-Flows aus der Swaption ergibt als :

$$\frac{L}{m} P(0, t_i) [F_0 N(d_1) - R_X N(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{R_X}\right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{R_X}\right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

Bewertung europäischer Swaptions

Der Gesamtwert der Payer-Swaption ist demnach:

$$\sum_{i=1}^{mn} \frac{L}{m} P(0, t_i) [F_0 N(d_1) - R_x N(d_2)]$$

Analog gilt für Receiver-Swaptions:

$$\sum_{i=1}^{mn} \frac{L}{m} P(0, t_i) [R_x N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

Bewertung europäischer Swaptions

Die Darstellung kann mit einer Annuität vereinfacht werden.

Wir definieren A als den Wert eines Kontrakts der in Zeitpunkten t_i ($1 \leq i \leq mn$) jeweils $1/m$ auszahlt.

Der Wert einer Swaption wird so:

$$LA[F_0N(d_1) - R_XN(d_2)]$$

$$\text{mit } A = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{mn} P(0, t_i)$$

Implied Volatilities

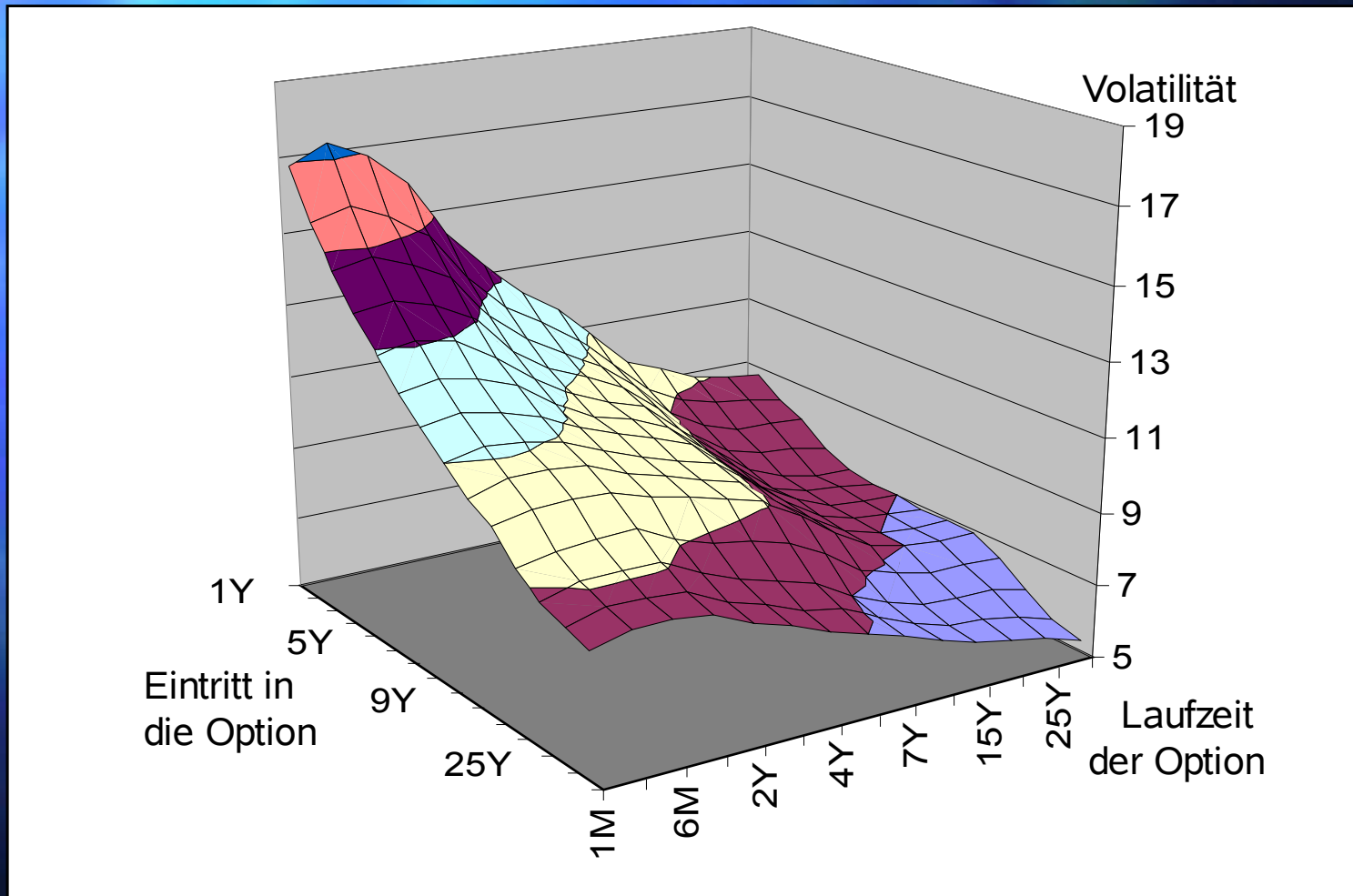
Quotes implizierter Volas sind von ATM-Swaptions, so dass die Strike Rate der Forward Swap Rate entspricht.

Eur ATM Swaption Straddles

	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y
1M	16,9	15,6	14,6	13,7	12,9	12,2	11,6	11	10,4	10
3M	17,4	15,9	14,8	13,9	13,1	12,4	11,8	11,2	10,7	10,2
6M	16,9	15,5	14,4	13,6	12,9	12,2	11,6	11,1	10,7	10,3
1Y	16	14,8	13,9	13,1	12,3	11,8	11,3	10,9	10,6	10,2
2Y	14,5	13,5	12,7	12	11,5	11,1	10,8	10,5	10,2	9,9
3Y	13,4	12,5	11,9	11,3	10,9	10,6	10,4	10,1	9,9	9,7
4Y	12,5	11,9	11,3	10,9	10,5	10,3	10,1	9,8	9,6	9,4
5Y	11,8	11,2	10,7	10,4	10,2	9,9	9,7	9,5	9,3	9,1
7Y	10,9	10,3	10	9,6	9,3	9,1	8,9	8,8	8,6	8,5
10Y	9,9	9,4	9	8,7	8,5	8,3	8,1	8	7,9	7,8

Source: Garban Intercapital / RIC: VCAP1

Volatility Mountain



Beispiel Swaption

Wir gehen von einer flachen Liborkurve bei 6% (continuous compounding) aus. Wir nehmen eine Swaption die dem Käufer das Recht gibt in einem 3J Swap 6,2% pa. fix zu zahlen.

Die Swapperiode beginnt in 5 Jahren. Die Volatilität des Swapsatzes liegt bei 20%. Es erfolgen halbjährliche CF bei einem Nominalbetrag von \$100.

$$F_0 = 0,0609; R_X = 0,062;$$

$$T = 5; \sigma = 0,2; L = 100$$

Bedarf für ein Convexity Adjustment

Der Forward Yield eines Bonds ist definiert als der errechnete Yield eines Forward Bondpreises.

B_T ist der Preis eines Bonds im Zeitpunkt T , y_T der Yield und es besteht eine Beziehung zwischen B_T und y_T :

$$B_T = G(y_T)$$

Darüber hinaus definieren wir F_0 als den Forward Bondpreis im Zeitpunkt Null für einen Kontrakt mit Laufzeit T und y_0 als den Forward Bond Yield im Zeitpunkt Null.

Bedarf für ein Convexity Adjustment

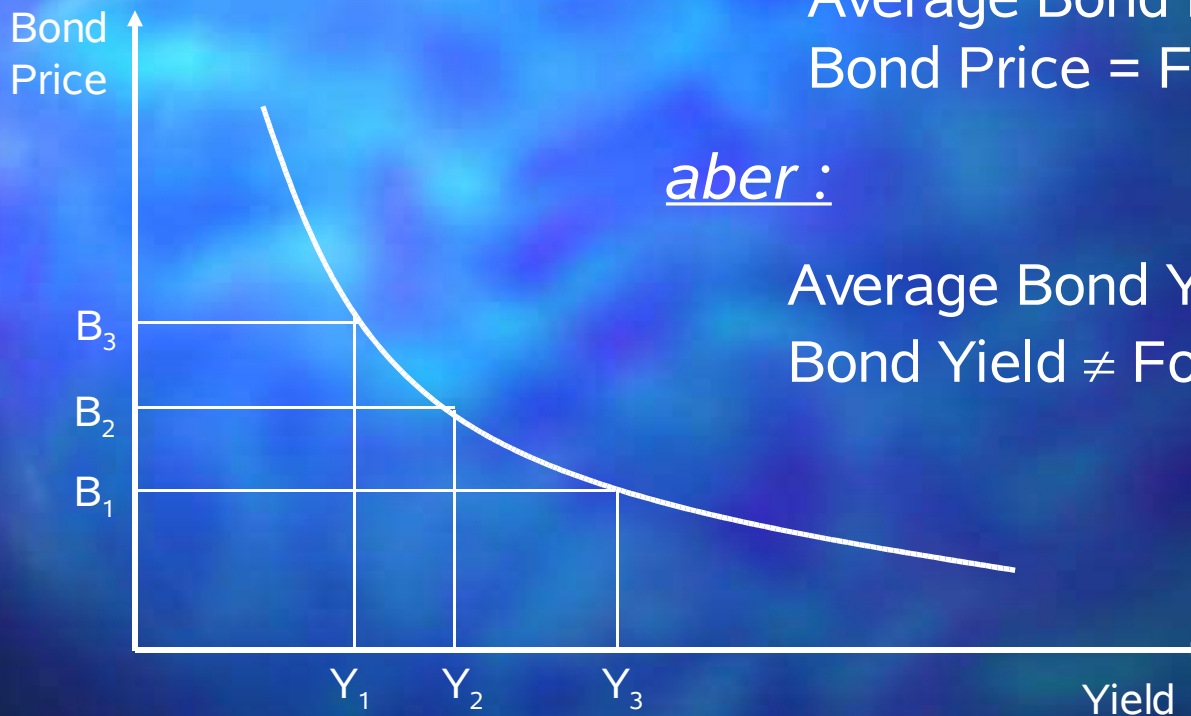
$$F_0 = G(y_0)$$

Die Funktion G ist nicht-linear.

Wenn die erwarteten zukünftigen Bondpreise gleich den Forward Bondpreisen sind (d.h. forward risk neutral für T), sind die erwarteten zukünftigen Renditen ungleich den Forward Yields.

Es muss also eine Anpassung an den heute beobachteten Forward Yield für T vorgenommen werden.

Bedarf für ein Convexity Adjustment



Average Bond Price = Expected
Bond Price = Forward Bond Price

aber :

Average Bond Yield = Expected
Bond Yield \neq Forward Bond Price

Taylor Approximation

y_0 : Forward Bond Yield heute für einen Forward

Kontrakt mit Laufzeit T

y_T : Bond Yield im Zeitpunkt T

B_T : Preis des Bonds im Zeitpunkt T

σ_y : Volatilität des Forward Bond Yields

Wir nehmen an das $B_T = G(y_T)$ ist. Erweiterung von $G(y_T)$ über $y_T = y_0$ ergibt:

$$B_T = G(y_0) + (y_T - y_0)G'(y_0) + \frac{1}{2}(y_T - y_0)^2 G''(y_0)$$

Taylor Approximation

In einer in Bezug T riskoneutralen Welt wird daraus:

$$E_T(B_T) = G(y_0) + E_T(y_T - y_0)G'(y_0) + \frac{1}{2}E_T[(y_T - y_0)^2]G''(y_0)$$

$G(y_0)$ ist der Forward Bondpreis. In einer risikoneutralen Welt ist $E_T(B_T)$ gleich dem Forward Bondpreis.

$$E_T(y_T - y_0)G'(y_0) + \frac{1}{2}E_T[(y_T - y_0)^2]G''(y_0) = 0$$

Taylor Approximation

Es gilt näherungsweise:

$$E_T[(y_T - y_0)^2] \approx \sigma_y^2 y_0^2 T$$

$$E_T(y_T - y_0) = -\frac{1}{2} \sigma_y^2 y_0^2 T \frac{G''(y_0)}{G'(y_0)}$$

Da der Erwartungswert von $y_0 = y_0$ ist erhalten wir als erwarteten Bond Yield:

$$E_T(y_T) = y_0 - \frac{1}{2} \sigma_y^2 y_0^2 T \frac{G''(y_0)}{G'(y_0)}$$

Convexity Adjustment

Das Convexity Adjustment ergibt sich als Korrekturfaktor des heutigen Forward Yield für den erwarteten Bond Yield:

$$-\frac{1}{2} \sigma_y^2 y_0^2 T \frac{G''(y_0)}{G'(y_0)}$$

Beispiel Convexity Adjustment

Derivat, das eine Auszahlung in 3 Jahren generiert, die dem 1J Zero-Coupon Zins entspricht.

Wir nehmen an, daß der Zerozins für alle Laufzeiten bei 10% ist und die Volatilität für den Einjahres-Satz bei 20% liegt.

Die Auszahlung ist der Yield auf einen 1J Bond in 3J.

Die Funktion G beschreibt das Verhältnis zwischen dem Bondpreis und dem Bond Yield im Zeitpunkt T

$$G(y) = \frac{1}{1+y}$$

Beispiel Convexity Adjustment

Die erste und zweite Ableitung der Funktion G ist demnach:

$$G'(y) = -\frac{1}{(1+y)^2}$$

$$G''(Y) = \frac{2}{(1+y)^3}$$

Beispiel Convexity Adjustment

$$y_0 = 0,1 \Rightarrow G'(y_0) = -0,826 \quad ; G''(Y_0) = 1,5026$$

$$\sigma_y = 0,2; T = 3$$

$$\text{Adjustment: } 0,5 \cdot 0,1^2 \cdot 0,2^2 \cdot 3 \cdot \frac{1,5026}{0,8264} = 0,00109$$

oder 10,9 Basispunkte

Ohne Convexity Adjustment wäre der Vorteil des Käufers bei 10,9 Basispunkte...

Libor-in-Arrears Swap

Bei einem Libor-in-Arrear Swap fällt anders als beim Plain Vanilla die Feststellung des Swapsatzes und die Zahlung auf den gleichen Tag.

Deshalb können wir nicht annehmen, daß der variable Satz, der am Anfang der Periode bestimmt wird gleich dem Forwardsatz ist.

Aufgrund des Timelags entspricht der Satz dem Forwardsatz plus einem Convexity Adjustment.

Libor-in-Arrears Swap Bewertung

Wir nehmen an, daß R der Forwardsatz für eine Periode zwischen T_1 und T_2 ist. Wir definieren τ als Differenz zwischen T_2 und T_1 . R_0 ist der Forwardsatz R im Zeitpunkt 0.

Wenn ein Auszahlung im Zeitpunkt T_1 stattfindet, ist diese Abhängig von R . Deshalb muß R_0 adjustiert werden.

$$\textit{Adjustment} = -0,5 \cdot F^2 \cdot \sigma^2 \cdot T_1 \cdot \frac{G''(R_0)}{G'(R_0)}$$

Libor-in-Arrears Swap Bewertung

Mit der Funktion G :

$$G(y) = \frac{1}{1 + y\tau}$$

Daraus folgt ein Adjustment:

$$+ \frac{R_0^2 \cdot \sigma_0^2 \cdot \tau \cdot T_1}{1 + R_0 \cdot \tau}$$

Fragen und Antworten

Danke für Eure Aufmerksamkeit!